

Министерство образования и науки Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

**ИЗМЕРЕНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ
МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ПРОВОДНИКА**

Методические указания к лабораторной работе № 12 по физике

Екатеринбург
УрФУ
2018

УДК 53.082.07

Составители: Е. А. Гора, Н. А. Зайцева, Ю. Г. Карпов, О. В. Михалева

Научный редактор – проф. д-р физ.-мат. наук А. А. Повзнер

Измерение электрического сопротивления металлического проводника: методические указания к лабораторной работе № 12 / сост. Е. А. Гора, Н. А. Зайцева, Ю. Г. Карпов, О. В. Михалева. – Екатеринбург: УрФУ, 2018. – 18 с.

В данных методических указаниях изложены методы измерения электросопротивления металлического проводника – метод моста Уитстона и метод, основанный на законе Ома для участка цепи.

Указания предназначены для студентов всех специальностей всех форм обучения.

Подготовлено кафедрой физики

© Уральский федеральный университет, 2018

Электрический ток в металлах

Электрический ток представляет собой упорядоченное, направленное движение электрических зарядов. В соответствии с представлениями классической («доквантовой») теории, носителями заряда в металлах являются свободные электроны, или электроны проводимости, отрицательно заряженные частицы, несущие элементарный заряд $|e|=1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Направленное движение электронов возникает в пределах всего металлического проводника при наличии в нем электрического поля.

Способность вещества проводить ток характеризуется удельной электрической проводимостью (электропроводностью) σ , которая обратно пропорциональна его удельному электрическому сопротивлению $\rho = \sigma^{-1}$. Значения ρ и σ зависят от природы проводника и условий, в которых он находится, в частности от температуры. Все металлы, находящиеся в твердой фазе, обладают кристаллической решеткой, которая никогда не бывает совершенной. Рассеяние электронов проводимости при их движении в металле, которое и приводит к возникновению электрического сопротивления R проводника, обусловлено коллективными тепловыми колебаниями атомов и дефектностью кристаллического строения. Строгое объяснение механизма электропроводности металлов дает квантовая теория твердого тела.

В соответствии с законом Ома, в интегральной форме сила тока I , текущего по однородному металлическому проводнику, пропорциональна падению напряжения U на проводнике

$$I = \frac{U}{R}, \quad (1)$$

причем в данном случае U совпадает с разностью потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ на его концах. Для проволочного образца постоянного сечения

$$R = \rho \frac{l}{S}, \quad (2)$$

где l – длина проводника, S – площадь его поперечного сечения.

Электрический ток характеризуется также с помощью вектора плотности тока \vec{j} , модуль которого в простейшем случае равен отношению силы тока через расположенную в данной точке площадку, перпендикулярную к направлению движения носителей заряда, к величине этой площадки,

$$j = \frac{I}{S}. \quad (3)$$

Направление \vec{j} совпадает с направлением вектора напряженности электрического поля \vec{E} в металлическом проводнике. Поскольку за направление тока условились принимать направление движения положительных зарядов, то вектор \vec{j} противоположен по направлению упорядоченному движению электронов в металле.

Согласно закону Ома, в дифференциальной форме

$$\vec{j} = \sigma \vec{E} = \frac{1}{\rho} \vec{E}, \quad (4)$$

где
$$E = \frac{U}{l}. \quad (5)$$

Таким образом, получив экспериментальную зависимость, приведенную на рис. 1, можно определить удельное сопротивление материала образца ρ по формуле

$$\rho = \frac{\Delta E}{\Delta j}. \quad (6)$$

Классическая теория электропроводности предполагает, что электроны проводимости в металле ведут себя подобно молекулам идеального газа, сталкивающимся преимущественно не между собой, а с ионами, образующими кристаллическую решетку, что приводит к установлению теплового равновесия между электронным газом и кристаллической решеткой. Оценка средней скорости хаотического теплового движения электронов при комнатной температуре дает значение $\langle v \rangle \cong 10^5$ м/с.

При включении электрического поля на хаотическое движение электронов накладывается упорядоченное движение со средней скоростью $\langle u \rangle$, которую можно оценить по формуле

$$\langle u \rangle = \frac{j}{n|e|}, \quad (7)$$

где n – концентрация свободных электронов.

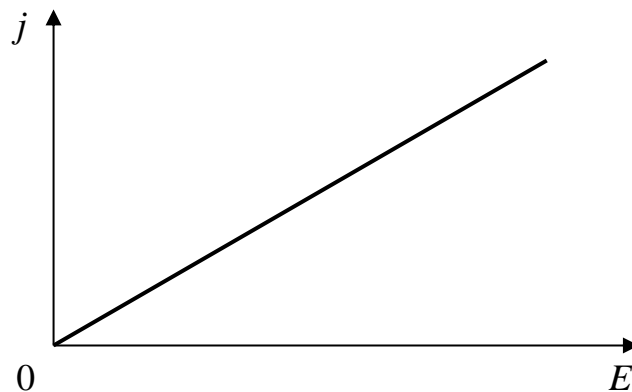


Рис. 1. Зависимость плотности тока от напряженности электрического поля в металлическом проводнике

Для разных металлов значения $n = 10^{28} - 10^{29} \text{ м}^{-3}$. Приняв $n = 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$, легко оценить по формуле (7) величину $\langle u \rangle$ и сравнить ее со значением $\langle v \rangle$. При этом оказывается, что $\langle u \rangle \ll \langle v \rangle$.

Расчет моста Уитстона на основе правил Кирхгофа

В настоящее время наиболее точное измерение электрического сопротивления осуществляется при помощи моста постоянного тока, называемого мостом Уитстона. Электрическая схема моста представлена на рис. 2.

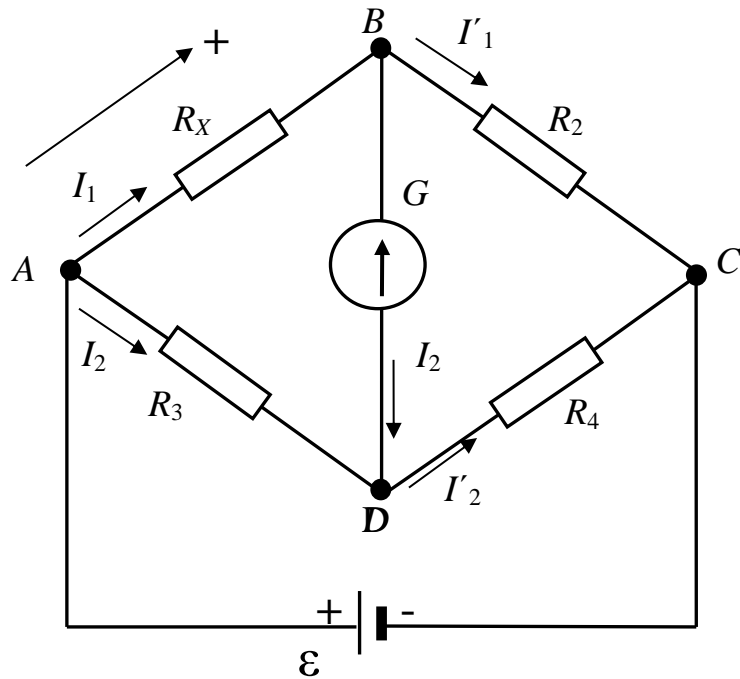


Рис. 2. Схема моста Уитстона

Мост Уитстона включает в себя четыре сопротивления, образующих четырехугольник, в одну диагональ которого включается источник тока ε , а в другую гальванометр G – прибор, фиксирующий протекание тока. Само название «мостовая схема» связано с тем, что указатель тока G , как мост, переброшен между двумя параллельными ветвями ABC и ADC . В ветвь ABC входят два сопротивления: R_x и R_2 , а в ветвь ADC – известные сопротивления R_3 и R_4 . Каждое из четырех сопротивлений называют плечом моста.

Для облегчения расчетов разветвленных цепей разработан ряд вспомогательных приемов, один из которых основан на применении двух правил Кирхгофа.

Первое правило Кирхгофа относится к узлам цепи: алгебраическая сумма сходящихся в узле токов равна нулю

$$\sum_{i=1}^n I_i = 0. \quad (8)$$

Правило знаков: втекающие в узел токи считаются положительными, вытекающие из него – отрицательными.

Второе правило Кирхгофа относится к отдельным замкнутым контурам разветвленной цепи: в любом замкнутом контуре алгебраическая сумма падений напряжений равна алгебраической сумме ЭДС, встречающихся в этом контуре,

$$\sum_{i=1}^n I_i R_i = \sum_{j=1}^m \varepsilon_j. \quad (9)$$

Для определения знаков в суммах выбирают положительное направление обхода контура. Правило знаков: ток, совпадающий по направлению с направлением обхода, считается положительным; ЭДС ε , потенциал которой возрастает в направлении обхода, также входит в уравнение (9) со знаком «+». Уравнение (9) можно составить для любых независимых замкнутых контуров в данной разветвленной цепи.

Рассчитаем схему моста Уитстона на основе правил Кирхгофа. Выбираем направление токов так, как показано на рис. 2. Обходить контуры будем по часовой стрелке. Для определения искомого сопротивления R_x достаточно написать следующие уравнения Кирхгофа:

$$\left. \begin{aligned} I_1 - I'_1 - I_r &= 0 - \text{для узла } B; \\ I_2 - I'_2 + I_r &= 0 - \text{для узла } D; \\ I_1 R_x + I_r R - I_2 R_3 &= 0 - \text{для контура } ABDA; \\ I'_1 R_2 - I'_2 R_4 - I_r R &= 0 - \text{для контура } BCDB, \end{aligned} \right\} (10)$$

где R – сопротивление гальванометра.

Для измерения сопротивления R_x с помощью моста Уитстона сопротивления R_3 и R_4 подбираются таким образом, чтобы ток через гальванометр был равен нулю ($I_r = 0$), т. е. потенциалы точек B и D должны быть одинаковыми. При этом $I_1 = I'_1$, $I_2 = I'_2$. Такое состояние моста называется сбалансированным, или равновесным, и система уравнений (10) значительно упрощается.

Решая эту систему уравнений, получаем формулу для определения R_x :

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4}. \quad (11)$$

Применение реохорда в схеме моста Уитстона

В соответствии с рис. 2 и формулой (11), для определения R_x необходимо знать R_2 и отношение R_3/R_4 . Это отношение может быть заменено отношением величин, пропорциональных сопротивлениям, что и осуществляется в данной работе.

В рабочей схеме (рис. 3) ветвью ADC является калиброванная проволока реохорда. Вдоль реохорда перемещается скользящий по проволоке контакт D , благодаря которому можно изменять соотношение сопротивлений R_3 и R_4 и добиваться отсутствия тока в гальванометре G . Обозначим длину плеча $AD - l_3$, а плеча $DC - l_4$. Каждое из проволочных сопротивлений R_3 и R_4 выразим формулой (2), где ρ , l и S – величины, относящиеся к проволоке реохорда.

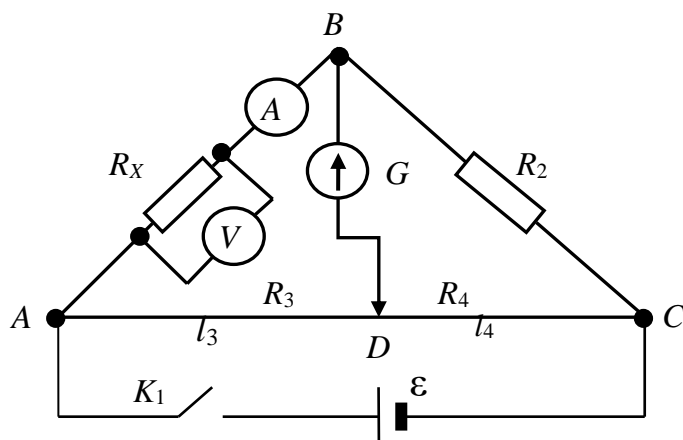


Рис. 3. Рабочая схема установки

Тогда выражение (11) примет вид

$$R'_x = R_2 \frac{l_3}{l_4}. \quad (12)$$

Здесь R'_x представляет собой сумму последовательно соединенных сопротивления R_x с параллельно подключенным

вольтметром и сопротивления амперметра R_A , которое всегда должно быть много меньше, чем значение R_x ($R_A \ll R_x$).

Таким образом, измерение сопротивления R'_x мостовым методом связано с определением длин плеч реохорда l_3 и l_4 сбалансированного моста при известном сопротивлении R_2 .

В данной работе используется реохорд, в котором однородная проволока намотана по цилиндрической спирали. Токосъемник скользит по спирали, поворачиваясь вокруг оси вращения на определенный угол. В этом случае длина проволоки l_3 на участке AD пропорциональна углу поворота токосъемника φ_3 . Длина проволоки l_4 на участке DC пропорциональна углу поворота токосъемника φ_4 на участке DC . Подставляя φ_3 и φ_4 в выражение (13), получим расчетную формулу для определения R'_x :

$$R'_x = R_2 \frac{\varphi_3}{\varphi_4}. \quad (13)$$

Величину сопротивления R_2 лучше подбирать такой, чтобы при окончательной балансировке моста скользящий контакт D был ближе к середине реохорда, что соответствует минимальному значению погрешности.

Параллельно сопротивлению R_x подсоединен вольтметр, внутреннее сопротивление которого на несколько порядков выше значения R_x , и ток через вольтметр ничтожный. Вольтметр же показывает падение напряжения U на сопротивлении R_x , а амперметр (или миллиамперметр) – ток I_1 , текущий по R_x . Тогда значение искомого сопротивления R_x можно найти по формуле

$$R_x = \frac{U}{I_1}. \quad (14)$$

Зная R'_x и R_x , можно легко определить и сопротивление амперметра R_A :

$$R_A = R'_x - R_x. \quad (15)$$

Строго говоря, R_A включает в себя и сопротивление соединительных проводов на участке AB (рис. 3).

В заключение отметим, что с помощью описанного метода нельзя определять с достаточной точностью слишком малые сопротивления. Это связано с тем, что начинает сказываться сопротивление контактов и подводящих проводов, а также нагревание плеч моста при прохождении по ним тока.

Описание рабочей схемы

Схема электрической цепи моста, используемого для измерений, представлена на рис. 3. R_x – сопротивление калиброванной проволоки, которое следует определить (длина и диаметр проволоки указаны на панели установки); A – амперметр (или миллиамперметр), показывающий ток, текущий по R_x ; сопротивление амперметра R_A вычисляется по формуле (15); V – вольтметр, регистрирующий падение напряжения на R_x . В качестве плеча R_2 используется магазин сопротивления.

Ветвью ADC является реохорд, в котором однородная калиброванная проволока намотана по цилиндрической спирали на барабан, изогнутый в виде окружности. Подвижным контактом служит токосъемник, который при скольжении по спирали поворачивается вокруг оси на определенный угол. Угол поворота токосъемника определяется по круговой шкале в градусах.

Нуль-гальванометр G включается в диагональ моста.

Источником тока служит батарея ε , включенная в цепь последовательно с ключом K . Во избежание перегрева плеч моста ток в цепи должен быть минимальным.

Рекомендации по проведению эксперимента

1. Составить перечень приборов и указать их характеристики, заполнив табл. П. 1.
2. Замкнуть ключ K .
3. Установить на магазине значение сопротивления $R_2 = 10$ Ом.

4. Выполнить измерения R'_x , для этого сбалансировать мост путем перемещения контакта D вдоль реохорда. Когда стрелка гальванометра установится на нуле, записать показания вольтметра и амперметра, разомкнуть ключ K и отсчитать значения φ_3 и φ_4 .

Измерения R'_x повторить еще четыре раза, увеличивая каждый раз значения R_2 на 10 Ом. Результаты всех измерений занести в табл. П. 2.

5. По формуле (13) произвести расчеты $R_{x,i}$ и результаты занести в табл. П. 2.

6. По выражению (14) рассчитать $R_{x,i}$, занести в табл. П. 2 и найти среднее значение R_x .

7. По формуле (15) найти $R_{A,i}$, записать в табл. П. 4 и определить среднее значение R_A .

8. По формуле

$$\rho = R_x \frac{\pi d^2}{4l}, \quad (16)$$

где d – диаметр проволоки, определить значение удельного сопротивления проволоки и сравнить его с контрольными данными.

9. По формуле

$$j = \frac{4I}{\pi d^2} \quad (17)$$

произвести расчеты плотности тока и результаты занести в табл. П. 2.

10. По выражению (7) рассчитать значения напряженности электрического поля E в проводнике R_x и результаты занести в табл. П. 2.

11. На миллиметровой бумаге построить график $j = f(E)$, по формуле (6) определить значение $\rho_{гр}$, сравнить его с контрольными данными и со значением ρ , полученным по выражению (16).

12. По формуле (7) оценить значения $\langle u \rangle$ для разных величин плотностей тока и результаты занести в табл. П. 2.

13. Произвести расчеты погрешностей при определении R_x, R_A и ρ .

Контрольные вопросы

1. Что представляет собой электрический ток? Какие частицы являются свободными носителями заряда в металлах?
2. Какова причина электрического сопротивления при протекании тока в металлах?
3. Сформулировать закон Ома для однородного участка цепи в интегральной и дифференциальной формах.
4. Существует ли движение носителей заряда в металлическом проводнике при отсутствии в нем электрического поля? Если да, то какое?
5. Какое направление принимается за направление тока?
6. Какие цепи называются мостами постоянного тока?
7. Сформулировать первое правило Кирхгофа.
8. Сформулировать второе правило Кирхгофа. Для чего необходимо выбирать направление обхода контура?
9. Какова принципиальная схема работы моста постоянного тока? В чем заключается принцип ее работы?

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
Кафедра физики

О Т Ч Е Т

по лабораторной работе №12

**«Измерение электрического сопротивления
металлического проводника»**

Студент(ка) _____

Группа _____

Преподаватель _____

Дата _____

1. Расчетные формулы:

1.1. Формула для расчета величины R'_x :

$$R'_{x,i} = R_{2,i} \frac{\Phi_{3,i}}{\Phi_{4,i}},$$

где R_2 – _____;
 Φ_3 и Φ_4 – _____.

1.2. Формулы для расчета величины R_x :

$$R_{x,i} = \frac{U_i}{I_i},$$

где U_i – _____; I_i – _____.

$$\langle R_x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{x,i},$$

где n – число измерений.

1.3. Формулы для определения значения R_A :

$$R_{A,i} = \left| R'_{x,i} - R_{x,i} \right|,$$

$$\langle R_A \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n R_{A,i}.$$

1.4. Формула для определения удельного электросопротивления:

$$\rho = R_x \frac{\pi d^2}{4l},$$

где d – _____;
 l – _____.

1.5. Формула для расчета плотности тока:

$$j_i = \frac{4I_i}{\pi d^2},$$

где I_i – _____.

1.6. Формула для расчета напряженности электрического поля

$$E_i = \frac{U_i}{l},$$

где U_i – _____.

1.7. Формула для определения значения удельного электросопротивления по данным графика $j = f(E)$:

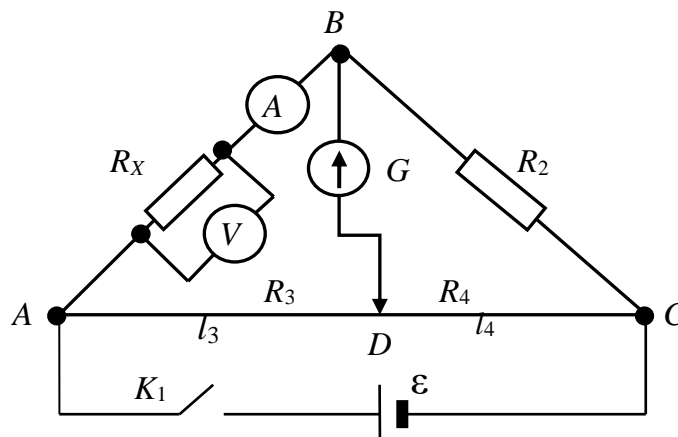
$$\rho_{\text{гр}} = \frac{\Delta E}{\Delta j}.$$

1.8. Формула для оценки средней скорости направленного движения электронов в образце:

$$\langle u \rangle_i = \frac{j_i}{n|e|},$$

где $n \cong 5 \cdot 10^{28} \text{ м}^{-3}$ — _____ ;
 $|e| = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$ — _____ .

2. Схема рабочей цепи.



3. Средства измерений и их характеристики:

Таблица 1

Наименование средства измерения	Предел измерения	Цена деления шкалы	Класс точности	Предел основной погрешности, $\theta_{\text{осн}}$
Реохорд высокоомный: круговая шкала Вольтметр Амперметр Магазин сопротивлений R_2				

Исследуемое сопротивление № ...

$$l = \dots \text{ м}, \quad \Delta l = \dots \text{ м},$$

$$d = \dots \text{ мм}, \quad \Delta d = \dots \text{ мм}.$$

4. Результаты измерений и расчетные значения:

Таблица 2

№ п/п	R_2 , Ом	φ_3 , град	φ_4 , град	R'_x , Ом	l , А	U , В	R_x , Ом	R_A , Ом	E , В/м	j , А/м ²	$\langle u \rangle$, м/с
1	10										
2	20										
3	30										
4	40										
5	50										

График зависимости $j = f(E)$ прилагается.

5. Расчеты искомым величин:

$$\langle R_x \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{x,i} = \dots \text{ Ом.}$$

$$\langle R_A \rangle = \frac{1}{5} \sum_{i=1}^5 R_{A,i} = \dots \text{ Ом.}$$

6. Оценка границ погрешностей:

6.1. Результаты измерения R_x :

Таблица 3

№ п/п	$R_{x,i}$, Ом	$R_{x,i} - \langle R_x \rangle$, Ом	$(R_{x,i} - \langle R_x \rangle)^2$, Ом ²
1			
2			
3			
4			
5			

Среднее значение $\langle R_x \rangle = \dots \text{ Ом.}$

$$S_{R_x} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{x,i} - \langle R_x \rangle)^2}{n(n-1)}} = \dots \quad \text{Ом};$$

где $t_{p,n}$ – коэффициент Стьюдента,

$$\varepsilon_{R_x} = t_{p,n} \cdot S_{R_x} = \dots \quad \text{Ом};$$

$$\Delta_{R_x} = \varepsilon_{R_x} = \dots \quad \text{Ом} \quad \text{при } P = 0,95.$$

6.2. Результаты измерения R_A :

Таблица 4

№ п/п	$R_{A,i}$, Ом	$R_{A,i} - \langle R \rangle_A$, Ом	$(R_{A,i} - \langle R_A \rangle)^2$, Ом ²
1			
2			
3			
4			
5			

$$S_{R_A} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (R_{A,i} - \langle R_A \rangle)^2}{n(n-1)}} = \dots \quad \text{Ом},$$

$$\varepsilon_{R_A} = t_{p,n} \cdot S_{R_A} = \dots \quad \text{Ом};$$

$$\Delta_{R_A} = \varepsilon_{R_A} = \dots \quad \text{Ом} \quad \text{при } P = 0,95.$$

6.3. Результаты расчета:

$$\gamma_\rho = \frac{\Delta_\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta_{R_x}}{\langle R_x \rangle}\right)^2 + \left(2 \frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} = \dots \quad ;$$

$$\Delta_\rho = \gamma_\rho \cdot \rho = \dots \quad \text{Ом} \cdot \text{м} \quad \text{при } P = 0,95.$$

7. Окончательные результаты:

$$R_x = (\langle R_x \rangle \pm \Delta_{R_x}) = (\dots \pm \dots) \quad \text{Ом};$$

$$R_A = (\langle R_A \rangle \pm \Delta_{R_A}) = (\dots \pm \dots) \quad \text{Ом};$$

$$\rho = (\langle \rho_x \rangle \pm \Delta_\rho) = (\dots \pm \dots) \quad \text{Ом} \cdot \text{м};$$

$\rho_{\text{гр}} = \dots \text{ Ом}\cdot\text{м}; \quad \langle u \rangle = \dots \text{ м/с} \quad \text{при } P = 0,95.$

8. Выводы.