Министерство образования и науки Российской Федерации

Уральский федеральный университет

имени первого Президента России Б.Н. Ельцина

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГАЗОВ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОГО ДИАМЕТРА И ДЛИНЫ СВОБОДНОГО ПРОБЕГА МОЛЕКУЛ

Методические указания к лабораторной работе 3 по курсу «Физика»

для студентов всех форм обучения всех направлений подготовки

Екатеринбург

УрФУ

2016

УДК 553.41.(075.8)

Составители С.В. Грищенко, А.А. Повзнер, А.Н. Филанович

Научный редактор проф., д. ф.- м. н. Ф.А.Сидоренко

Исследование теплопроводности газов. Определение эффективного диаметра и длины свободного пробега молекул: методические указания к лабораторной работе № 3/ сост. С.В. Грищенко, А.А. Повзнер, А.Н. Филанович Екатеринбург: УрФУ, 2016, 16 с.

Методические указания предназначены для выполнения лабораторной работы. Они представляют собой описание лабораторной работы № 3 студенческого практикума по курсу общей физики, и включает описание методик измерения теплопроводности газов. Экспериментальная часть включает описание лабораторной установки, конкретных задач, процедуры измерений и обработки результатов. Приведена форма отчета.

Подготовлено кафедрой физики.

1. ТЕПЛОПРОВОДНОСТЬ ГАЗА

1.1. Макроскопические представления. С макроскопической точки зрения явление теплопроводности в газе заключается в переносе тепла от более нагретых слоев газа к менее нагретым. Если температура газа меняется лишь в напралении оси $0x$ (одномерном случае), то перенос тепла в этом направлении описывается законом Фурье:

$$dQ = -\kappa \frac{dT}{dx} dS d\tau\,, \tag{1}$$

где dQ – количество тепла, перенесенное за время $d\tau$ через площадку dS, расположенную перпендикулярно к направлению переноса, $\frac{dT}{dx}$ – проекция градиента температуры на ось ОХ, κ – коэффициент теплопроводности.

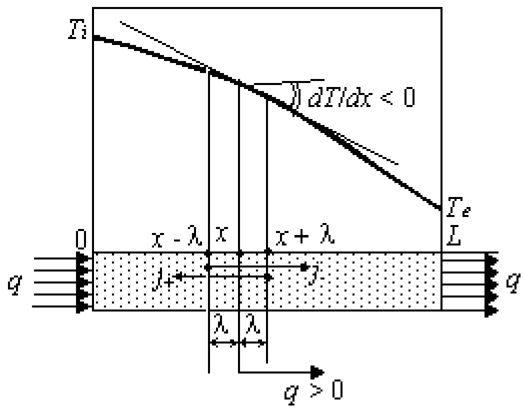


Рис. 1. Распределение молекул и температур в теплопроводящем газе

Коэффициент теплопроводности κ численно равен количеству теплоты, перенесенной через единицу площади за единицу времени при градиенте температуры, равном по модулю единице. В Международной системе единиц коэффициент теплопроводности измеряется в ваттах на метр-кельвин (Вт/(м·К)). Уравнение (2) получило название уравнения Фурье. Оно позволяет вычислять потоки тепла, переносимого по веществу. Коэффициент теплопроводности газов к определяется их составом и физическими условиями, при которых они находятся.

1.2. Микроскопические представления. С точки зрения молекулярно-кинетической теории теплопроводность газа обусловлена тем, что в результате хаотического движения молекулы из более нагретого слоя газа, имеющие большую среднюю кинетическую энергию, сталкиваются с молекулами менее нагретого слоя и обмениваются с ними энергией. В результате этого холодный слой нагревается, а более нагретый – охлаждается. Таким образом, с молекулярно-кинетической точки зрения теплопроводность газа есть процесс направленного переноса кинетической энергии хаотического движения молекул от одного слоя газа к другому.

Теплопроводность. Рассмотрим передачу тепла через некоторое сечение в газе, перпендикулярное потоку энергии. Справа и слева через это сечение проходят потоки частиц j_+ и j_-, которые в отсутствие диффузии равны друг другу: $j_+ = j_- = j_0$. Однако энергия, переносимая частицами, которые движутся в противоположных направлениях, не одинакова. Частицы, прилетающие слева, более «нагреты», а те, что приходят справа, более «холодны», если $\mathrm{d}T/\mathrm{d}x < 0$ (рис. 1).

Какова же энергия тех и других? Здесь и начинаются упрощения. Предположим, что все частицы испытывают последнее (перед переходом через сечение) соударение на расстоянии длины свободного пробега λ от него – ни ближе, ни дальше. Тогда те, что идут слева, пронесут через сечение, расположенное в точке x_2 среднюю тепловую энергию $\overline{\varepsilon}\left(x-\lambda\right)$, характерную для точки $x - \lambda$, а те, что справа, придут к этому же сечению с энергией $\overline{\varepsilon}\left(x+\lambda\right)$. Зависимость энергии от x обусловлена тем, что $\overline{\varepsilon} = C_v T / N$ (C_v — молярная теплоемкость, N_0 — число Авогадро), а $T = T(x)$. Поток тепла (энергии) через сечение выразится как разность этих двух величин, которая в однородном газе равна

$$q = \overline{\varepsilon}\left(x-\lambda\right) j_- - \overline{\varepsilon}\left(x+\lambda\right) j_+ = \frac{C_v}{N_0} j_0 \left[T\left(x-\lambda\right) - T\left(x+\lambda\right)\right] = \frac{2C_v j_0 \lambda dT}{N_0 dx} \tag{2}$$

Малость λ в сравнении с макроскопическим масштабом изменения T оправдывает разложение в ряд Тейлора $T(x - \lambda)$ и $T(x + \lambda)$ и возможность ограничиться членами первого порядка, которые сохранены в (2).

То, что всем частицам в потоке приписывается одинаковая энергия, в том числе и кинетическая, строго говоря, неверно, так как последняя во всяком случае зависит от скорости движения и не может усредняться отдельно от j_0. Однако эта погрешность отчасти оправдана тем, что и сам поток оценивается методом Джоуля, в котором всем частицам приписывается одинаковая скорость $\langle\upsilon\rangle$. Считая к тому же, что все они движутся только в трех перпендикулярных направлениях (в каждом туда и обратно в равных количествах), нетрудно видеть, что $j_0 = \frac{1}{6}\langle\upsilon\rangle n$, так что

$$q = -\frac{1}{3}\frac{C_V\langle\upsilon\rangle\lambda n}{N_0}\frac{dT}{dx} = -\kappa\frac{dT}{dx}. \tag{3}$$

То, что поток тепла пропорционален градиенту температуры и противоположен ему по знаку, утверждалось еще «законом Фурье». Подтверждение этой эмпирической закономерности прямым кинетическим расчетом, конечно, ценно. Не менее важно и то, что таким образом удается рассчитать коэффициент теплопроводности

$$\kappa = \frac{1}{3}\cdot\frac{C_V\langle\upsilon\rangle\lambda n}{N_0} = \frac{1}{3}\langle\upsilon\rangle\lambda\rho C_{V\text{уд}}, \tag{4}$$

где ρ – плотность газа; $C_{V\text{уд}}$ – его *удельная* теплоемкость при постоянном объеме.

Согласно молекулярно-кинетической теории

$$\lambda = \frac{k_\text{Б}T}{\sqrt{2}\pi d^2 p}, \tag{5}$$

$$\langle\upsilon\rangle = \sqrt{\frac{8k_\text{Б}T}{\pi m}} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}}, \tag{6}$$

где d – эффективный диаметр молекул (рис. 2), p – давление, $k_Б$ = 1,38·10^{-23} Дж/К – постоянная Больцмана, R – универсальная газовая постоянная, R = 8,31 Дж/(К·моль); m – масса молекулы; M – молярная масса газа. Выражение для плотности газа вытекает из уравнения Менделеева-Клапейрона

$$\rho = \frac{pM}{RT}. \quad (7)$$

Удельная теплоемкость газа

$$c_V = \frac{i}{2}\frac{R}{M}, \quad (8)$$

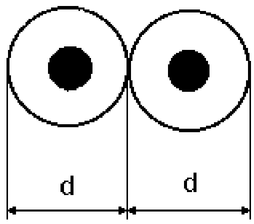


Рис. 2. Эффективный диаметр молекул газа

где в исследуемой области температур i – сумма поступательных и вращательных степеней свободы молекул. В случае двухатомного газа i = 5.

Коэффициент теплопроводности газа в основном определяется природой самого газа и, в общем случае, зависит от температуры и давления. С учетом (5) – (8) имеем

$$\kappa = \frac{i}{3\pi^{3/2}}\frac{k_Б}{d^2}\sqrt{\frac{RT}{M}}. \quad (9)$$

Для воздуха, теплопроводность которого исследуется в настоящей работе, принимаются значения i = 5, M = 0,029 кг/моль, так что

$$\kappa = C\,\frac{\sqrt{T}}{d^2}, \quad (10)$$

где постоянная C = 6,99·10^{-23} Вт·м/К$^{3/2}$.

Следует отметить, что отсутствие зависимости коэффициента теплопроводности от давления, следующее из формулы (9), перестает быть справедливым при достаточной степени разреженности газа. Состояние газа, соответствующее такому предельному разрежению, когда средняя длина свободного пробега

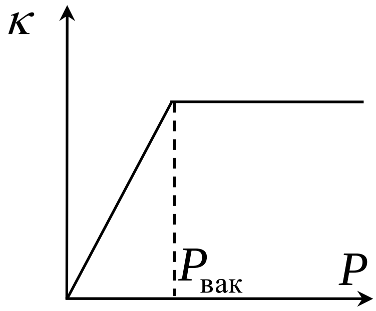


Рис. 3. Влияние давления на коэффициент теплопроводности газа

молекул равна или превышает линейные размеры сосуда, носит название вакуума. В состоянии вакуума длина свободного пробега λ более не зависит от давления, в то время как плотность (7) по-прежнему убывает с уменьшением давления, вследствие чего коэффициент теплопроводности (4) также убывает с уменьшением давления. В результате зависимость коэффициента теплопроводности от давления выглядит как показано на рис. 3.

2. ОПРЕДЕЛЕНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГАЗА МЕТОДОМ НАГРЕТОЙ НИТИ

Исследование теплопроводности газов обычно осложняется тем, что в газах передача тепла может осуществляться не только за счет теплопроводности, но и за счет конвекции. Поэтому весьма важно при исследовании теплопроводности газа осуществлять опыты в таких условиях, при которых передачу тепла от нагретого тела за счет теплового излучения можно учесть, а конвекцию – практически полностью устранить. Этим условиям удовлетворяет метод нагретой нити.

Сущность метода состоит в следующем. Вдоль оси цилиндрической металлической трубки натягивается нагреваемая электрическим током тонкая металлическая проволока-нить (рис. 4). Трубка заполняется исследуемым газом

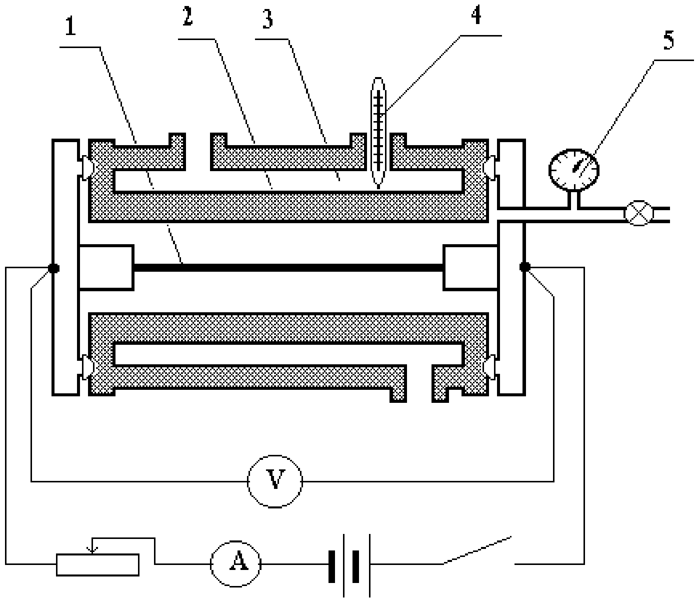


Рис. 4. Схема установки: 1 — нагреваемая электрическим током нить; 2 — медная трубка; 3 — кожух; 4 — термометр; 5 — вакуумметр

(в данной работе воздухом). Если температуры нити T_1 и трубки T_2 не изменяются со временем и $T_1 > T_2$, то существует постоянный градиент температуры, направленный к нити вдоль радиуса трубки. Возникает стационарный процесс теплопроводности газа – направленный перенос тепла от нити к трубке.

Расчет для метода нагретой нити для цилиндрической симметрии показывает, что коэффициент теплопроводности газа, соответствующий средней температуре в трубке $\langle T \rangle=(T_1+T_2)/2$, может быть определен с помощью выражения

$$\text{κ} = \frac{q}{2\pi L(T_1 - T_2)} \ln\frac{d_2}{d_1}, \tag{11}$$

где L – длина нити; d_2 – внутренний диаметр трубки; d_1 – диаметр нити; q – тепловой поток, проходящий в единицу времени через боковую цилиндрическую поверхность длиной L и диаметром d ($d_1<d<d_2$), коаксиальную с нитью и трубкой.

Таким образом, для определения коэффициента теплопроводности газа методом нагретой нити нужно знать геометрические размеры установки L, d_1, d_2, разность температур нити и трубки T_1 и T_2 и тепловой поток, обусловленный теплопроводностью газа.

В стационарном, т.е. не зависящем от времени, режиме электрическая мощность I^2R, потребляемая металлической проволокой сопротивлением R при протекании по ней электрического тока I отводится от неё за счет теплопроводности газа – q, конвекции – $q_{конв}$, теплового излучения – $q_{изл}$ и теплового потока через концы нити – $q_{конт}$:

$$I^2R = q + q_{конв} + q_{изл} + q_{конт}. \tag{12}$$

Тепловой поток $q_{конв}$, обусловленный конвекцией, устраняется путем понижения давления газа в трубке до $P \sim 0{,}1$ ат. Вклад теплового излучения в теплоперенос $q_{изл}$, как показывают количественные оценки, составляет менее 2 процентов от всего потока при $\langle T \rangle$ = 1000 С^{o} и 5,5 % при $\langle T \rangle$ = 3000 ^{o}С.

Потери тепла в местах контакта нагретой нити с элементами внешней электрической цепи составляют менее 0,2% вследствие выполнения геометрического условия для нити $L >> d_1$. Таким образом, можно считать, что тепловой поток q равен электрической мощности:

$$q = I^2 R\,. \tag{13}$$

Пренебрежение перечисленными потерями тепла при определении зависимости теплопроводности воздуха от температуры в пределах 300–500 К вносит вклад в систематическую погрешность метода не более 5 – 6 % .

Тогда из (11) с учетом (13) получаем формулу для расчета коэффициента теплопроводности газа по методу нагретой нити, соответствующую средней температуре нити $\langle T \rangle$:

$$\kappa = \frac{(1-\eta) I^2 R}{T_1 - T_2} B\,, \tag{14}$$

где $B = \dfrac{1}{2\pi L} \ln \dfrac{d_2}{d_1}$ – геометрическая постоянная данной установки, а η – «коэффициент потерь». Постоянные B и η задаются в таблице к каждой установке.

3. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУР НИТИ И ТРУБКИ

Температура металлической трубки T_2 определяется с помощью термометра по температуре воды, заполняющей кожух трубки. При относительно невысоких температурах нити можно T_2 считать равной температуре воздуха в лаборатории. Нить нагревается электрическим током. Температура $T_1 = t_1 + 273{,}15$ нити рассчитывается из формулы

$$R = R_0 (1 + \alpha t_1), \tag{15}$$

где R_0 – электрическое сопротивление нити при 273,15 К (0 °С); α – температурный коэффициент сопротивления материала нити (указывается в таблице к каждой установке). Сопротивление находят по измеряемой разности потенциалов U на концах нити и току I в ней.

4. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Включить компьютер и загрузить программу измерений (рис. 5).

2. Заполнить в отчете таблицу средств измерений и их характеристик. Занести в отчет постоянные установки.

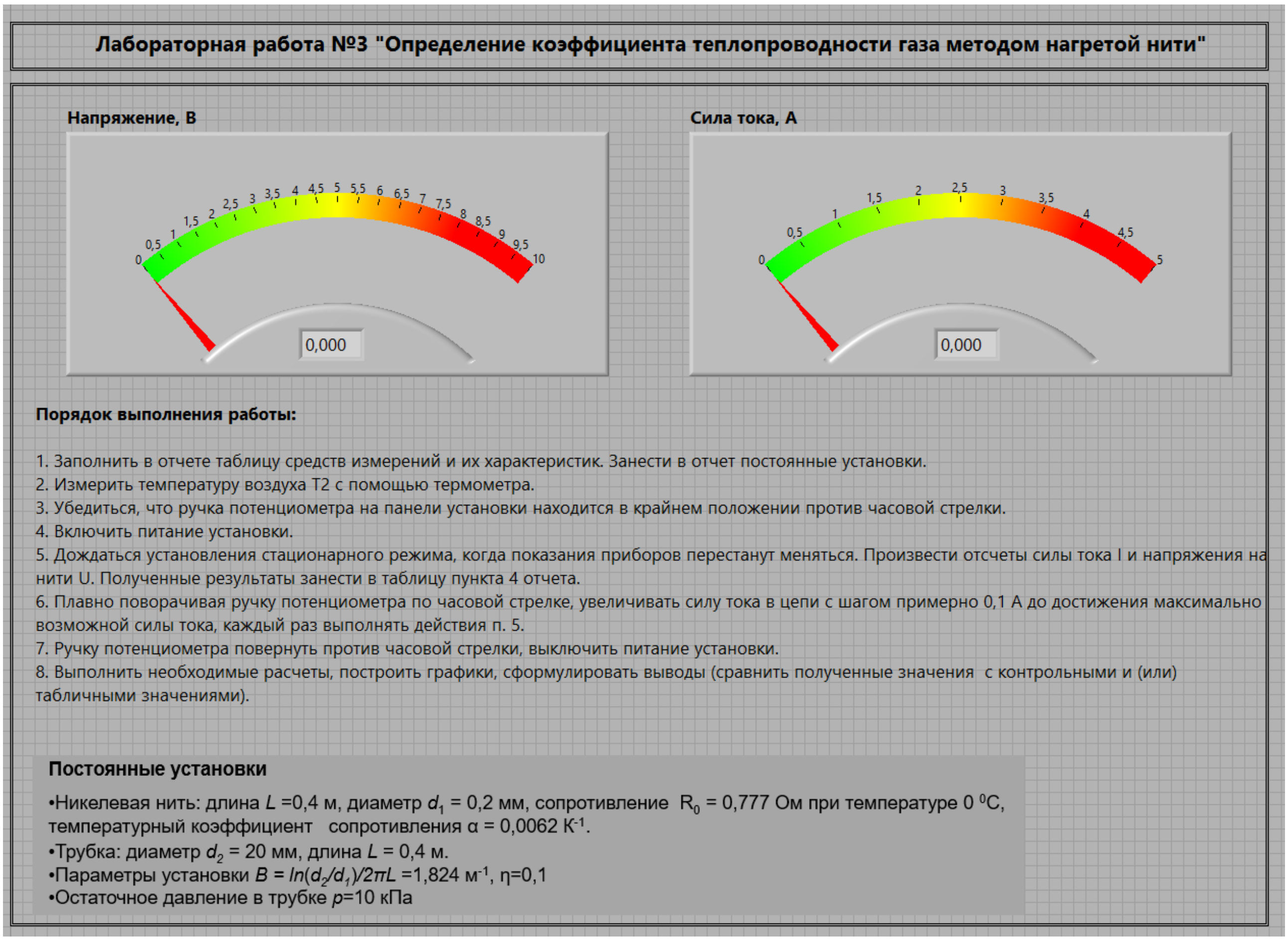


Рис. 5. Программа измерений

3. Измерить температуру воздуха T_2 с помощью термометра.

4. Убедиться, что ручка потенциометра на панели установки находится в крайнем положении против часовой стрелки.

5. Включить питание установки.

6. Дождаться установления стационарного режима, когда показания приборов перестанут меняться. Произвести отсчеты силы тока I и напряжения на нити U. Полученные результаты занести в таблицу пункта 4 отчета.

7. Плавно поворачивая ручку потенциометра по часовой стрелке, увеличивать силу тока в цепи с шагом примерно 0,1 А до достижения максимально возможной силы тока, каждый раз выполнять действия п. 6.

8. Ручку потенциометра повернуть против часовой стрелки, выключить питание установки.

9. Выполнить необходимые расчеты, построить графики, сформулировать выводы (сравнить полученные значения κ, d, $<\lambda>$ с контрольными и (или) табличными значениями).

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В чем заключается явление теплопроводности?
2. Каким законом описывается процесс теплопроводности?
3. Что характеризует вектор градиента температуры? Как определяется его величина и направление?
4. Что такое коэффициент теплопроводности? В каких единицах он измеряется?
5. Сформулируйте цель настоящей лабораторной работы.
6. Какими величинами определяется коэффициент теплопроводности газа в молекулярно-кинетической теории ?
7. В чем заключается идея метода нагретой нити и какова схема установки?
8. Как рассчитать коэффициент теплопроводности газа по методу нагретой нити?
9. Как найти тепловой поток, обусловленный теплопроводностью газа?
10. Как в настоящей работе определяется эффективный диаметр молекул газа?
11. Как в настоящей работе определяется средняя длина свободного пробега молекул газа?

ПРИЛОЖЕНИЕ 1.

Таблица температурной зависимости κ(*t*) коэффициента теплопроводности воздуха

№	t, ^{0}C	κ, 10^{-2}·Вт/(К·м)
1	0	2,44
2	20	2,55
3	40	2,72
4	60	2,86
5	80	2,99
6	100	3,12
7	140	3,34
8	180	3,62
9	200	3,74
10	300	4,37

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

О Т Ч Е Т

по лабораторной работе №3

«Исследование теплопроводности газов. Определение эффективного диаметра и длины свободного пробега молекул»

Студент(ка)______________________________

Группа__________________________________

Преподаватель___________________________

Дата______________ _____________________

1. Расчетные формулы для измеряемых величин.

1.1. Расчетная формула для температуры нити T_1:

$$T_1 = \frac{1}{\alpha}\left(\frac{R}{R_0} - 1\right) + 273{,}15,$$

где R_0 = ____________ – ____

R – ____

α= ____________ – ____

1.2. Расчетная формула для коэффициента теплопроводности κ

$$\kappa = \frac{(1-\eta)I^2 R}{T_1 - T_2} B,$$

где I – ____

R – ____

T_2= ____________ – ____

η= ____________ – ____

B= ____________ – ____

1.3. Расчетная формула для эффективного диаметра молекул газа:

$$d = \sqrt{\frac{C}{\kappa}\sqrt{T}},$$

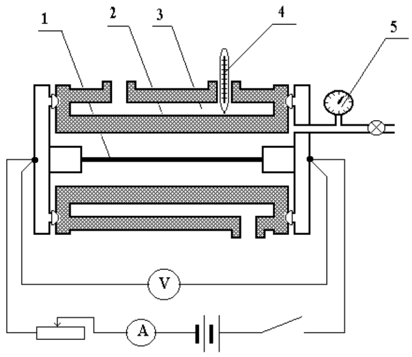
где для воздуха постоянная C=6,99·10^{-23} Вт·м/К$^{3/2}$; T=<T>=(T_1+T_2)/2 – средняя температура газа.

1.4. Расчетная формула для средней длины свободного пробега молекул:

$$\lambda = \frac{k_Б T}{\sqrt{2}\pi d^2 p},$$

где p= ____________ – ____

2. Эскиз установки.



3. Средства измерений и их характеристики

Наименование средства измерений	Предел измерений	Цена деления	Класс точности	Предел основной погрешности $\theta_{осн}$

4. Результаты измерений и расчетов

I, А	*U*, В	*R*, Ом	T_2, К	T_1, К	<*T*>, К	*κ*, Вт/(м·К)	*d*, м	<λ>, м

5. Построение графика *κ* (<*T*>) в сопоставлении с данными приложения 1.

6. Построение графика <λ>(<*T*>)

7. Выводы