

Министерство образования и науки Российской Федерации
Уральский федеральный университет
имени первого Президента России Б. Н. Ельцина

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ
С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА**

Методические указания к лабораторной работе № 5 по физике

Екатеринбург
УрФУ
2012

УДК 531.113:531.536(076.5)

Составители: В. П. Левченко, В. Б. Демин, Ю. Н. Гук, В. Г. Гук, Н. Б. Пушкарева
Научный редактор – д-р физ.-мат. наук, проф. А. В. Мелких

Определение ускорения свободного падения с помощью обратного маятника : методические указания к лабораторной работе № 5 по физике / сост. В. П. Левченко, В. Б. Демин, Ю. Н. Гук и др. – Екатеринбург : УрФУ, 2012. – 15 с.

В данной лабораторной работе приводится методика определения ускорения свободного падения с помощью обратного и математического маятников. Описана экспериментальная установка, даны расчетные формулы для физического маятника, порядок выполнения работы, обработка полученных результатов, вычисление искомых величин и погрешностей измерения.

Указания предназначены для студентов всех специальностей всех форм обучения.

Рис. 5. Прил. 1.

Подготовлено кафедрой физики

© Уральский федеральный
университет, 2012

1. ФИЗИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Физический маятник – твердое тело, совершающее колебания под действием силы тяжести вокруг горизонтальной оси O (рис. 1), не проходящей через его центр масс C и называемой осью качания маятника.

При отклонении маятника от положения равновесия возникает вращающий момент \vec{M} , создаваемый действующей на маятник силой тяжести $m\vec{g}$:

$$\vec{M} = [\vec{L} \times m\vec{g}],$$

где \vec{L} – радиус-вектор, проведенный от оси качания маятника к центру масс C .

Пренебрегая моментом сил сопротивления и используя основной закон динамики вращательного движения, имеем

$$I\vec{\varepsilon} = \vec{M}, \quad (1)$$

где I – момент инерции относительно оси качания; $\vec{\varepsilon}$ – вектор углового ускорения.

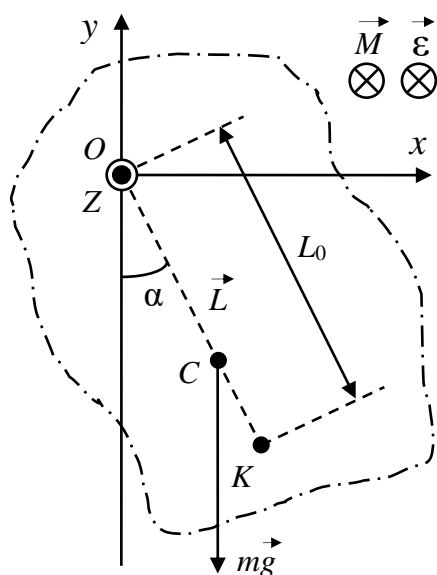


Рис. 1. Физический маятник

Для перехода от векторного уравнения (1) к уравнению в проекциях выбираем систему координат так, чтобы одна из осей, например ось OZ , совпадала с осью качаний маятника (рис. 1).

Спроецируем уравнение (1) на ось OZ , направленную к нам:

$$I\varepsilon_Z = M_Z. \quad (2)$$

Проекции ε_Z и M_Z равны соответственно

$$\varepsilon_Z = \frac{d^2\alpha}{dt^2} = \ddot{\alpha},$$

$$M_Z = |M| \cos \pi = mg L \sin \alpha (-1) = -mg L \sin \alpha$$

(угол между \vec{M} и осью OZ равен π). Ограничимся малыми колебаниями маятника. В этом случае $\sin \alpha \approx \alpha$. Тогда

$$I\ddot{\alpha} = mgL\alpha,$$

или

$$\ddot{\alpha} + \omega_0^2 \cdot \alpha = 0, \quad (3)$$

где $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{I}}$ – собственная частота колебаний такого физического маятника.

Решение дифференциального уравнения (3) имеет вид

$$\alpha = \alpha_m \cos(\omega_0 t + \varphi_0),$$

где α_m – амплитуда колебания; φ_0 – начальная фаза.

Таким образом, в случае небольших α , физический маятник совершает гармонические колебания с периодом T .

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgL}}. \quad (4)$$

2. МАТЕМАТИЧЕСКИЙ МАЯТНИК

Математический маятник – материальная точка, подвешенная на невесомой нерастяжимой нити и способная совершать колебания в вертикальной плоскости под действием силы тяжести. На практике математическим маятником можно считать тяжелый шарик, подвешенный на легкой нити, длина которой много больше размеров шарика (рис. 2). Если полагать, что нить реального маятника невесома и нерастяжима, то математический маятник можно рассматривать как частный случай физического маятника. Поэтому, положив в формуле (4) момент инерции $I = ml^2$ и $L = l$, получим известное выражение для периода малых колебаний математического маятника:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}. \quad (5)$$

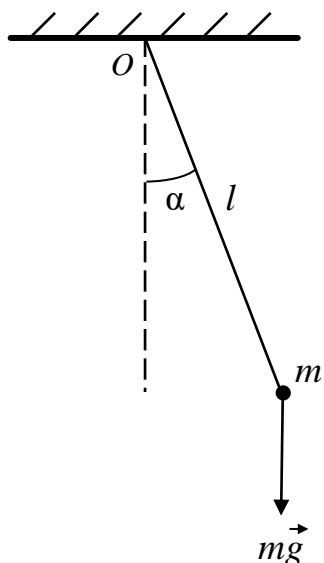


Рис. 2. Математический маятник

Приведенной длиной L_0 физического маятника называется длина такого математического маятника, период колебаний которого равен периоду колебаний данного физического маятника. Из сопоставления формул (4) и (5) следует, что

$$L_0 = \frac{I}{mL}. \quad (6)$$

По теореме Штейнера (теореме о переносе осей) момент инерции относительно точки O можно записать:

$$I = I_c + mL^2, \quad (7)$$

где I_c – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс C и параллельной оси качаний O .

Из выражений (6) – (7) следует:

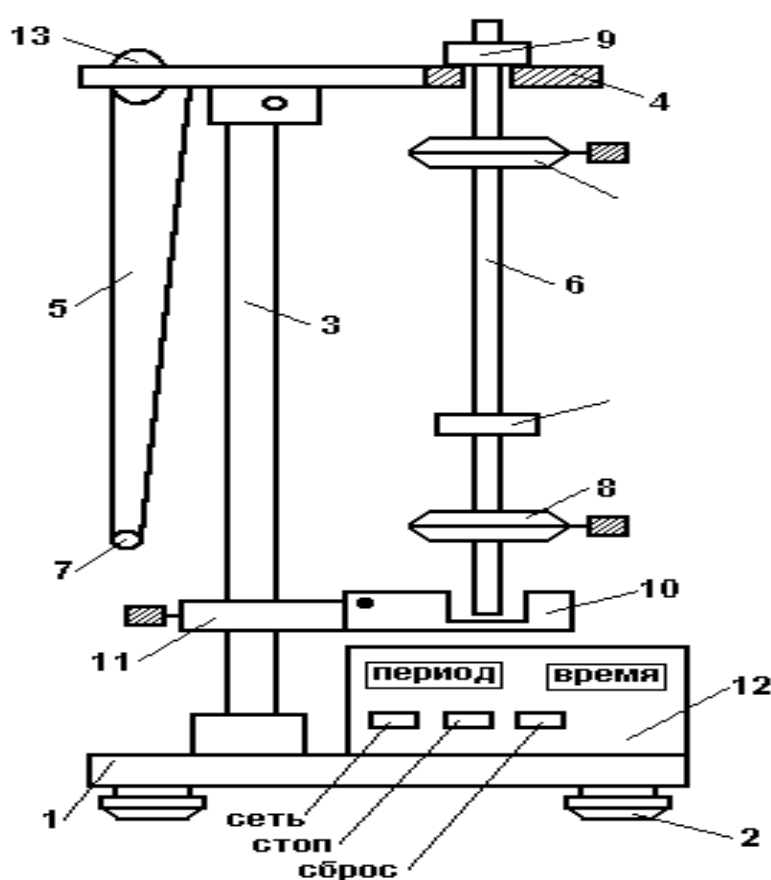
$$L_0 = \frac{I_c + mL^2}{mL} = L + \frac{I_c}{mL}. \quad (8)$$

Величины I_c , m и L всегда положительны, поэтому $L_0 > L$. Точка K , лежащая на продолжении прямой OC на расстоянии L_0 от точки подвеса (рис. 1), называется центром качаний физического маятника. Точка O подвеса и центр качаний K обладают свойством взаимности: если ось подвеса сделать проходящей через центр качания K , то точка O прежней оси подвеса станет новым центром качания, т. е. приведенная длина и период колебаний маятника останутся прежними. Это свойство взаимности используется в так называемом обратном маятнике для определения приведенной длины L_0 физического маятника; зная же L_0 и T , можно найти значение ускорения свободного падения g в том месте, где происходят колебания физического маятника.

3. ОПИСАНИЕ УСТАНОВКИ

В данной работе используется универсальный маятник ФПМ-04, общий вид которого представлен на рис. 3. Основание 1 оснащено регулируемыми ножками 2, которые позволяют произвести выравнивание прибора. На вертикальной стойке 3 крепится верхний кронштейн 4, который может поворачиваться вокруг стойки. С одной стороны кронштейна 4 находится математический маятник 5, а с другой – оборотный маятник 6.

Математический маятник представляет собой металлический шарик 7 на



бифилярном подвесе, длину которого можно регулировать при помощи воротка 13.

Оборотный маятник представляет собой стальной стержень 6, на котором могут передвигаться и закрепляться в произвольном положении грузы 8 и опорные призмы 9. На стержне нанесены кольцевые проточки через 10 мм, служащие для надежной фиксации грузов и опорных призм, а также

Рис. 3. Универсальный маятник ФПМ-04

для отсчета расстояния между ними. Грузы 8 и опорные призмы 9 имеют одинаковые размеры по длине стержня: 20 мм. Винты, фиксирующие эти грузы и призмы, расположены посередине этих размеров, что облегчает определение расстояния между ними.

Фотоэлектронный датчик 10, закрепленный в нижней части стойки на кронштейне 11, имеет возможность перемещаться как вдоль вертикальной

стойки, так и вокруг нее. Датчик предназначен для формирования электрических сигналов и подачи их на миллисекундомер 12, выполненный самостоятельным прибором с цифровой индикацией времени и количества полных колебаний маятника.

4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА

Если опорные призмы O_1 и O_2 и грузы 1 и 2 расположить по обе стороны от центра масс C , как это показано на рис. 4, то, изменяя положение одного из грузов, например 2, можно найти такое расстояние X , при котором обращение маятника не изменяет периоды его колебаний T_1 и T_2 относительно осей O_1 и O_2 соответственно, т. е. $T_1 = T_2 = T$. Покажем, что расстояние между призмами O_1 и O_2 равно при этом приведенной длине оборотного маятника, т. е. $L_0 = L_1 + L_2$, где L_1 и L_2 – расстояния между центром масс и точками O_1 и O_2 осей качания.

Период колебаний относительно оси O_2

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{mgL_2}}. \quad (9)$$

По теореме Штейнера момент инерции маятника относительно оси, проходящей через точку O_2 , равен

$$I_2 = I_C + mL_2^2. \quad (10)$$

Учитывая, что $L_2 = L_0 - L_1$, имеем

$$I_2 = I_C + m(L_0 - L_1)^2 = I_C + mL_1^2 + mL_0(L_0 - 2L_1). \quad (11)$$

С другой стороны, приведенная длина L_0 может быть выражена через момент инерции I_1 относительно оси O_1 :

$$L_0 = \frac{I_1}{mL_1}. \quad (12)$$

По теореме Штейнера момент инерции I_1 маятника относительно оси O_1 :

$$I_1 = I_c + mL_1^2. \quad (13)$$

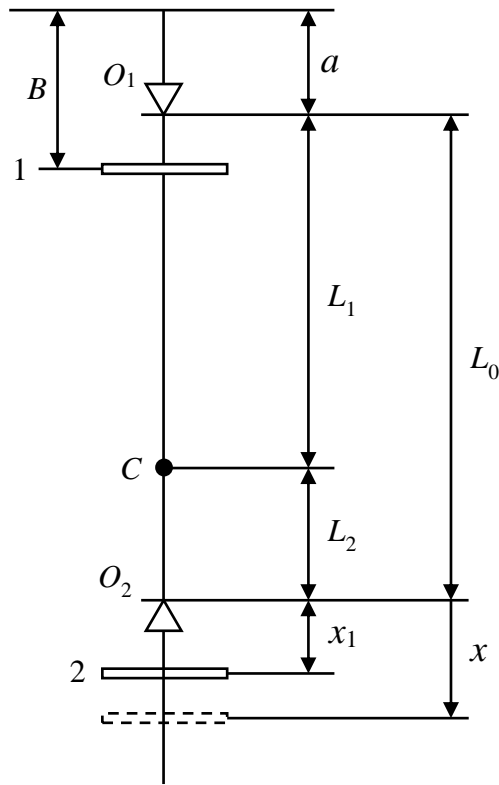


Рис. 4. Схема установки

Подставляя выражение (13) в (12), а затем заменяя L_0 в формуле (11) полученным выражением, имеем

$$I_2 = I_1 + \frac{I_1}{L_1}(L_0 - 2L_1) = I_1 \frac{(L_0 - L_1)}{L_1} = I_1 \frac{L_2}{L_1}. \quad (14)$$

Заменяя далее I_2 в формуле (9) выражением (14), получаем

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{mgL_2}} = 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{mgL_1}} = T_1 = T_0. \quad (15)$$

Таким образом, если $T_1 = T_2$, то расстояние между опорными призмами O_1 и O_2 равно приведенной длине L_0 обратного маятника.

Решая уравнение (15) относительно g с учетом формул (10) и (13), получаем

$$g = \frac{4\pi^2(L_1^2 - L_2^2)}{T^2(L_1 - L_2)} = \frac{4\pi^2(L_1 + L_2)}{T^2} = \frac{4\pi^2 L_0}{T^2}. \quad (16)$$

Расстояние L_0 легко измерить с помощью линейки. Период колебаний T обратного маятника можно найти по точке пересечения A графиков зависимостей периодов колебаний $T_1(x)$ (от расстояния x груза 2 от призмы O_2 при фиксированном положении груза 1) и $T_2(x)$ (от расстояния груза 1 от призмы O_1 при фиксированном положении груза 2) (рис. 5).

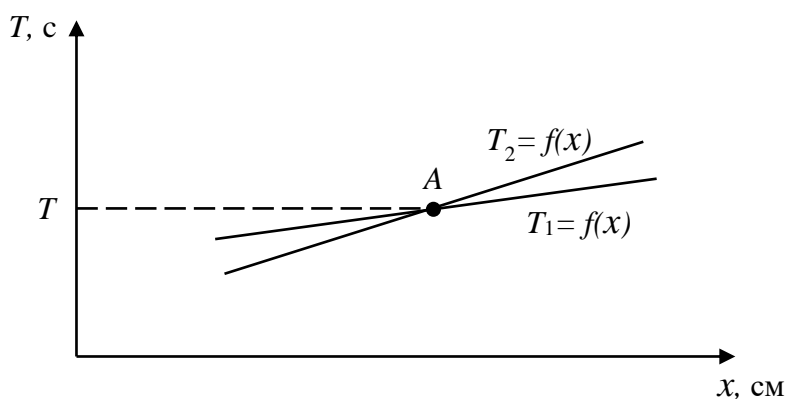


Рис. 5. Зависимость периода колебания маятника от расстояния x

5. ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

1. Зафиксировать опорные призмы O_1 и O_2 и грузы 1 и 2 на стержне в положениях, обозначенных на рис. 4. Рекомендуемые расстояния a , b и x приведены в таблицах на установке. Проверить, совпадают ли острия опорных призм с кольцевыми проточками.

2. Подвесить обратный маятник на опорной призме O_1 .

3. Нижний кронштейн с фотоэлектрическим датчиком 10 переместить таким образом, чтобы стержень маятника пересекал оптическую ось.

4. Включить прибор в сеть, нажав кнопку СЕТЬ.

5. Отклонить маятник на $4-5^\circ$ от положения равновесия, нажать кнопку СБРОС и без толчка отпустить маятник.

6. После n полных колебаний (рекомендуется 10 полных колебаний) нажать кнопку СТОП. Результаты измерений времени t и числа колебаний n занести в табл. П. 1.

7. Определить период колебаний по формуле $T = t / n$ и занести в табл. П.1.
8. Переместить груз 2 на расстояния x_1, x_2, x_3, x_4 , указанные в таблице на установке, и повторить пп. 5, 6 и 7.
9. Перевернуть оборотный маятник и подвесить его на опорной призме O_2 .
10. Нижний кронштейн 11 с фотоэлектрическим датчиком 10 переместить таким образом, чтобы маятник пересекал оптическую ось.
11. Повторить пп. 5, 6, 7 для тех же значений x , только в обратном порядке: x_4, x_3, x_2, x_1 (груз 2, который теперь находится сверху, перемещается обратно к опорной призме 2).
12. Построить на миллиметровой бумаге графики $T_1 = f(x), T_2 = f(x)$ (рис. 5). Опустив перпендикуляр из точки A пересечения графиков на ось ординат, найти период колебаний оборотного маятника.
13. Определить приведенную длину L_0 оборотного маятника по сантиметровым рискам на стержне между опорными ножами.
14. Вычислить ускорение свободного падения по формуле (16).
15. Сравнить полученное значение g с табличным значением $g_0 = 9,81$ м/с² и сделать соответствующий вывод.

6. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Что называется физическим маятником?
2. Что такое ось качаний маятника?
3. Покажите, что малые колебания физического маятника являются гармоническими.
4. Что называется математическим маятником?
5. Что такое приведенная длина физического маятника?
6. В чем состоит свойство взаимности оси качаний и центра качаний ?
7. Что представляет собой оборотный маятник?

8. Введите расчетную формулу для определения ускорения свободного падения g с помощью обратного маятника.
9. Как можно найти период колебаний обратного маятника?

УРАЛЬСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра физики

О Т Ч Е Т

по лабораторной работе №5

**«Определение ускорения свободного падения
с помощью оборотного маятника»**

Студент(ка) _____

Группа _____

Преподаватель _____

Дата _____

1. Расчетная формула

$$g = \frac{4\pi^2 L_0}{T^2},$$

где L_0 – _____ ;

T – _____ .

2. Средства измерения и их характеристики

Наименование средства измерения	Предел измерений	Цена деления шкалы	Класс точности	Предел основной погрешности, $\Theta_{\text{осн}}$
Счетчик числа полных колебаний				
Счетчик времени полных колебаний				

Установка № ...

3. Измерение числа полных колебаний n_1 и n_2 и времени t_1 и t_2 колебаний обратного маятника относительно осей O_1 и O_2 . Определение периодов колебаний T_1 и T_2 .

Таблица П. 1

X , см	n_1 , колеб.	t_1 , с	$T_1 = \frac{t_1}{n_1}$, с	n_2 , колеб.	t_2 , с	$T_2 = \frac{t_2}{n_2}$, с
x_1						
x_2						
x_3						
x_4						
x_5						

4. Построение графиков $T_1 = f(x)$ и $T_2 = f(x)$. Определение $T = \dots$.

5. Измерение $L_0 = \dots$.

6. Расчет ускорения свободного падения по формуле п.1:

$g = \dots$ м/с².

7. Сравнение полученного значения g с табличным значением $g_0 = 9,81 \text{ м/с}^2$:

$$\delta = \frac{|g_0 - g|}{g} 100 \%$$

8. Выводы.

Учебное издание

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ УСКОРЕНИЯ СВОБОДНОГО ПАДЕНИЯ
С ПОМОЩЬЮ ОБОРОТНОГО МАЯТНИКА**

Составители: Левченко Виталий Петрович
Демин Владимир Борисович
Гук Юрий Николаевич
Гук Вера Георгиевна
Пушкарева Надежда Борисовна

Редактор *В. И. Новикова*
Компьютерный набор *Н. Н. Суслиной*

Подписано в печать 26.10.2012 г. Формат 60×84 1/16.

Бумага писчая. Плоская печать. Усл. печ. л. 0,87.

Уч.-изд. л. 0,7. Тираж 100 экз. Заказ

Редакционно-издательский отдел УрФУ
620002, Екатеринбург, ул. Мира, 19
E-mail: rio@ustu.ru

Отпечатано в типографии Издательско-полиграфического центра УрФУ
620000, Екатеринбург, ул. Тургенева, 4
Тел.: +7 (343) 350-56-64, 350-90-13
Факс: +7 (343) 358-93-06
E-mail.: press.info@usu.ru